



## Σπανιότατα Έντομα

Υποθέστε ότι τα έντομα ομαδοποιούνται ανά τύπο. Ορίζουμε την συχνότητα (cardinality) του **πιο συχνού** τύπου εντόμου ως τον αριθμό των εντόμων της ομάδας με το μεγαλύτερο πλήθος εντόμων. Παρομοίως, την συχνότητα του **σπανιότερου** τύπου εντόμου ως τον αριθμό των εντόμων της ομάδας με τον μικρότερο πλήθος εντόμων.

Για παράδειγμα, υποθέστε ότι υπάρχουν 11 έντομα, των οποίων οι τύποι είναι  $[5, 7, 9, 11, 11, 5, 0, 11, 9, 100, 9]$ . Σε αυτή την περίπτωση, η συχνότητα του **πιο συχνού** τύπου εντόμου είναι 3. Οι ομάδες με το μεγαλύτερο πλήθος εντόμων είναι τύπου 9 και τύπου 11, καθεμία αποτελούμενη από 3 έντομα. Η συχνότητα του **σπανιότερου** τύπου εντόμου είναι 1. Οι ομάδες με το μικρότερο πλήθος εντόμων είναι τύπου 7, τύπου 0 και τύπου 100, καθεμία αποτελούμενη από 1 έντομο.

Ο Pak Blangkon δεν γνωρίζει τον τύπο κανενός εντόμου. Έχει ένα μηχάνημα με μόνο ένα κουμπί που μπορεί να δώσει κάποιες πληροφορίες για τους τύπους των εντόμων. Αρχικά, το μηχάνημα είναι άδειο. Για να χρησιμοποιήσετε το μηχάνημα, μπορούν να εκτελεστούν τρεις τύποι λειτουργιών:

1. Μετακινήστε ένα έντομο μέσα στο μηχάνημα.
2. Μετακινήστε ένα έντομο έξω από το μηχάνημα.
3. Πατήστε το κουμπί στο μηχάνημα.

Κάθε τύπος λειτουργίας μπορεί να εκτελεστεί το πολύ 40 000 φορές.

Κάθε φορά που πατιέται το κουμπί, το μηχάνημα αναφέρει την συχνότητα του **πιο συχνού** τύπου εντόμου, λαμβάνοντας υπόψη μόνο τα έντομα μέσα στο μηχάνημα.

Ο στόχος σας είναι να προσδιορίσετε την συχνότητα του **σπανιότερου** τύπου εντόμου μεταξύ όλων των  $N$  εντόμων στο σπίτι του Pak Blangkon χρησιμοποιώντας το μηχάνημα. Επιπλέον, σε κάποια υποπροβλήματα (subtask), η βαθμολογία σας εξαρτάται από τον μέγιστο αριθμό λειτουργιών κάποιου από τους τρεις προηγούμενους τύπους (δείτε τα υποπροβλήματα για λεπτομέρειες).

## Λεπτομέρειες υλοποίησης

Υλοποιείστε την ακόλουθη διαδικασία:

```
int min_cardinality(int N)
```

- $N$ : ο αριθμός των εντόμων.
- Αυτή η διαδικασία πρέπει να επιστρέφει την συχνότητα του **σπανιότερου** τύπου εντόμου μεταξύ όλων των  $N$  εντόμων στο σπίτι του Pak Blangkon.
- Αυτή η διαδικασία καλείται ακριβώς μία φορά.

Η παραπάνω διαδικασία μπορεί να καλέσει τις ακόλουθες διαδικασίες:

```
void move_inside(int i)
```

- $i$ : ο δείκτης του εντόμου που θα μπει μέσα στο μηχάνημα. Η τιμή του  $i$  πρέπει να είναι μεταξύ του 0 και του  $N - 1$  συμπεριλαμβανομένων.
- Εάν αυτό το έντομο βρίσκεται ήδη μέσα στο μηχάνημα, η κλήση δεν έχει καμία επίδραση στο σύνολο των εντόμων του μηχανήματος. Ωστόσο, εξακολουθεί να υπολογίζεται ως ξεχωριστή κλήση διαδικασίας.
- Αυτή η διαδικασία μπορεί να κληθεί το πολύ 40 000 φορές.

```
void move_outside(int i)
```

- $i$ : ο δείκτης του εντόμου που θα βγει έξω από το μηχάνημα. Η τιμή του  $i$  πρέπει να είναι μεταξύ του 0 και του  $N - 1$  συμπεριλαμβανομένων.
- Εάν αυτό το έντομο βρίσκεται ήδη έξω από το μηχάνημα, η κλήση δεν έχει καμία επίδραση στο σύνολο των εντόμων του μηχανήματος. Ωστόσο, εξακολουθεί να υπολογίζεται ως ξεχωριστή κλήση.
- Αυτή η διαδικασία μπορεί να κληθεί το πολύ 40 000 φορές.

```
int press_button()
```

- Αυτή η διαδικασία επιστρέφει την συχνότητα του **πιο συχνού** τύπου εντόμου, λαμβάνοντας υπόψη μόνο τα έντομα μέσα στο μηχάνημα.
- Αυτή η διαδικασία μπορεί να κληθεί το πολύ 40 000 φορές.
- Ο βαθμολογητής **δεν είναι προσαρμοστικός (not adaptive)**. Δηλαδή, οι τύποι όλων των  $N$  εντόμων είναι καθορισμένη πριν τη κλήση της `min_cardinality`.

## Παράδειγμα

Εξετάστε ένα σενάριο στο οποίο υπάρχουν 6 έντομα των τύπων [5, 8, 9, 5, 9, 9] αντίστοιχα. Η διαδικασία 'min\_cardinality' καλείται με τον ακόλουθο τρόπο:

```
min_cardinality(6)
```

Η διαδικασία μπορεί να καλέσει την «move\_inside», την «move\_outside» και την «press\_button» ως εξής.

| Κλήση           | Επιστρεφόμενη τιμή | Έντομα στο μηχάνημα | Τύποι εντόμων στο μηχάνημα |
|-----------------|--------------------|---------------------|----------------------------|
|                 |                    | {}                  | []                         |
| move_inside(0)  |                    | {0}                 | [5]                        |
| press_button()  | 1                  | {0}                 | [5]                        |
| move_inside(1)  |                    | {0, 1}              | [5, 8]                     |
| press_button()  | 1                  | {0, 1}              | [5, 8]                     |
| move_inside(3)  |                    | {0, 1, 3}           | [5, 8, 5]                  |
| press_button()  | 2                  | {0, 1, 3}           | [5, 8, 5]                  |
| move_inside(2)  |                    | {0, 1, 2, 3}        | [5, 8, 9, 5]               |
| move_inside(4)  |                    | {0, 1, 2, 3, 4}     | [5, 8, 9, 5, 9]            |
| move_inside(5)  |                    | {0, 1, 2, 3, 4, 5}  | [5, 8, 9, 5, 9, 9]         |
| press_button()  | 3                  | {0, 1, 2, 3, 4, 5}  | [5, 8, 9, 5, 9, 9]         |
| move_inside(5)  |                    | {0, 1, 2, 3, 4, 5}  | [5, 8, 9, 5, 9, 9]         |
| press_button()  | 3                  | {0, 1, 2, 3, 4, 5}  | [5, 8, 9, 5, 9, 9]         |
| move_outside(5) |                    | {0, 1, 2, 3, 4}     | [5, 8, 9, 5, 9]            |
| press_button()  | 2                  | {0, 1, 2, 3, 4}     | [5, 8, 9, 5, 9]            |

Σε αυτό το σημείο, υπάρχουν επαρκείς πληροφορίες για να συμπεράνουμε πως η συχνότητα του πιο σπάνιου τύπου εντόμου είναι 1. Επομένως, η διαδικασία «min\_cardinality» πρέπει να επιστρέψει 1.

Σε αυτό το παράδειγμα, η "move\_inside" καλείται 7 φορές, η "move\_outside" καλείται 1 φορά και η "press\_button" καλείται 6 φορές.

## Περιορισμοί

- $2 \leq N \leq 2000$

## Υποπροβλήματα

1. (10 βαθμοί)  $N \leq 200$
2. (15 βαθμοί)  $N \leq 1000$

### 3. (75 βαθμοί) Κανένας επιπλέον περιορισμός.

Εάν σε οποιαδήποτε από τα αρχεία ελέγχου (test cases), οι κλήσεις των διαδικασιών «move\_inside», «move\_outside» ή «press\_button» δεν συμβαδίζουν με τους περιορισμούς που περιγράφονται στις λεπτομέρειες υλοποίησης ή η τιμή που επιστρέφει η «min\_cardinality» είναι λάθος, η βαθμολογία για αυτό το υποπρόβλημα (subtask) θα είναι 0.

Έστω  $q$  το **μέγιστο** των ακόλουθων τριών τιμών : ο αριθμός των κλήσεων της "move\_inside", ο αριθμός των κλήσεων της "move\_outside" και ο αριθμός των κλήσεων της "press\_button".

Στο υποπρόβλημα 3, μπορείτε να λάβετε μερική βαθμολογία. Έστω  $m$  η μέγιστη τιμή  $\frac{q}{N}$  από όλα τα αρχεία ελέγχου (test cases) σε αυτό το υποπρόβλημα (subtask). Η βαθμολογία σας για αυτό το υποπρόβλημα υπολογίζεται σύμφωνα με τον ακόλουθο πίνακα:

| Συνθήκη         | Βαθμοί  |
|-----------------|---|
| $20 < m$        | 0 (αναφέρεται ως ""Output isn't correct" στο CMS) |
| $6 < m \leq 20$ | $\frac{225}{m-2}$                                 |
| $3 < m \leq 6$  | $81 - \frac{2}{3}m^2$                             |
| $m \leq 3$      | 75  |

## Υπόδειγμα βαθμολογητή

Έστω  $T$  ένας πίνακας  $N$  ακεραίων όπου ο  $T[i]$  είναι ο τύπος του εντόμου  $i$ .

Ο βαθμολογητής διαβάζει την είσοδο στην ακόλουθη μορφή:

- γραμμή 1 :  $N$
- γραμμή 2 :  $T[0] T[1] \dots T[N - 1]$

Εάν ο βαθμολογητής εντοπίσει protocol violation, η έξοδος του βαθμολογητή είναι Protocol Violation: <MSG>, όπου <MSG> είναι ένα από τα ακόλουθα:

- invalid parameter : σε μια κλήση προς την "move\_inside" ή την "move\_outside", η τιμή του  $i$  δεν είναι μεταξύ του 0 και του  $N - 1$  συμπεριλαμβανομένων.
- too many calls : ο αριθμός των κλήσεων προς **οποιαδήποτε** εκ των "move\_inside", "move\_outside" ή "press\_button" υπερβαίνει τις 40 000.

Διαφορετικά, η έξοδος του βαθμολογητή έχει την ακόλουθη μορφή:

- γραμμή 1 : η τιμή που επιστρέφει η "min\_cardinality".
- γραμμή 2 :  $q$