



Insectes les plus rares

Il y a N insectes numérotés de 0 à $N - 1$, qui courent autour de la maison de Pak Blangkon. Chaque insecte a un **type**, qui est un entier compris entre 0 et 10^9 inclus. Plusieurs insectes peuvent avoir le même type.

Supposons que les insectes sont regroupés par type. Nous définissons la cardinalité du type d'insecte **le plus fréquent** comme le nombre d'insectes dans un groupe ayant le plus grand nombre d'insectes. De même, la cardinalité du type d'insecte **le plus rare** est le nombre d'insectes dans un groupe avec le moins d'insectes.

Par exemple, supposons qu'il y ait 11 insectes, dont les types sont $[5, 7, 9, 11, 11, 5, 0, 11, 9, 100, 9]$. Dans ce cas, la cardinalité du type d'insecte **le plus fréquent** est 3. Les groupes avec le plus grand nombre d'insectes sont le type 9 et le type 11, avec 3 insectes chacun. La cardinalité du type d'insecte **le plus rare** est 1. Les groupes avec le plus petit nombre d'insectes sont le type 7, le type 0 et le type 100, avec 1 insecte chacun.

Pak Blangkon ne connaît le type d'aucun insecte. Il a une machine avec un seul bouton qui peut fournir des informations sur les types des insectes. Initialement, la machine est vide. Pour utiliser la machine, trois types d'opérations peuvent être effectués :

1. Mettre un insecte dans la machine.
2. Retirer un insecte de la machine.
3. Appuyer sur le bouton de la machine.

Chaque type d'opération peut être effectué au maximum 40 000 fois.

Chaque fois qu'on appuie sur le bouton, la machine donne la cardinalité du type d'insecte **le plus fréquent**, en ne considérant que les insectes à l'intérieur de la machine.

Votre tâche est de déterminer, en utilisant la machine, la cardinalité du type d'insecte **le plus rare** parmi tous les N insectes dans la maison de Pak Blangkon. De plus, dans certaines sous-tâches, votre score dépend du nombre maximum d'opérations d'un type donné qui sont effectuées (voir la section Sous-tâches pour plus de détails).

Détails d'implémentation

Vous devez implémenter la fonction suivante :

```
int min_cardinality(int N)
```

- N : le nombre d'insectes.
- Cette fonction doit renvoyer la cardinalité du type d'insecte **le plus rare** parmi tous les N insectes dans la maison de Pak Blangkon.
- Cette fonction est appelée exactement une fois.

La fonction ci-dessus peut faire des appels aux fonctions suivantes :

```
void move_inside(int i)
```

- i : l'indice de l'insecte à mettre dans la machine. La valeur de i doit être comprise entre 0 et $N - 1$ inclus.
- Si cet insecte est déjà dans la machine, l'appel n'a aucun effet sur l'ensemble des insectes dans la machine. Cependant, il est toujours compté comme un appel distinct.
- Cette fonction peut être appelée au maximum 40 000 fois.

```
void move_outside(int i)
```

- i : l'indice de l'insecte à retirer de la machine. La valeur de i doit être comprise entre 0 et $N - 1$ inclus.
- Si cet insecte est déjà à l'extérieur de la machine, l'appel n'a aucun effet sur l'ensemble des insectes dans la machine. Cependant, il est toujours compté comme un appel distinct.
- Cette fonction peut être appelée au maximum 40 000 fois.

```
int press_button()
```

- Cette fonction renvoie la cardinalité du type d'insecte **le plus fréquent**, en ne considérant que les insectes à l'intérieur de la machine.
- Cette fonction peut être appelée au maximum 40 000 fois.
- L'évaluateur n'est **pas adaptatif**. C'est-à-dire que les types des N insectes sont fixés avant l'appel à `min_cardinality`.

Exemple

Considérons un scénario dans lequel il y a 6 insectes, respectivement de types $[5, 8, 9, 5, 9, 9]$. La fonction `min_cardinality` est appelée de la manière suivante :

```
min_cardinalité(6)
```

La fonction peut appeler `move_inside`, `move_outside` et `press_button` comme suit.

Appel	Valeur de retour	Insectes dans la machine	Types d'insectes dans la machine
		{}	[]
move_inside(0)		{0}	[5]
press_button()	1	{0}	[5]
move_inside(1)		{0,1}	[5,8]
press_button()	1	{0,1}	[5,8]
move_inside(3)		{0,1,3}	[5,8,5]
press_button()	2	{0,1,3}	[5,8,5]
move_inside(2)		{0,1,2,3}	[5,8,9,5]
move_inside(4)		{0,1,2,3,4}	[5,8,9,5,9]
move_inside(5)		{0,1,2,3,4,5}	[5,8,9,5,9,9]
press_button()	3	{0,1,2,3,4,5}	[5,8,9,5,9,9]
move_inside(5)		{0,1,2,3,4,5}	[5,8,9,5,9,9]
press_button()	3	{0,1,2,3,4,5}	[5,8,9,5,9,9]
move_outside(5)		{0,1,2,3,4}	[5,8,9,5,9]
press_button()	2	{0,1,2,3,4}	[5,8,9,5,9]

À ce stade, il y a suffisamment d'informations pour conclure que la cardinalité du type d'insecte le plus rare est 1. Par conséquent, la fonction `min_cardinality` doit renvoyer 1.

Dans cet exemple, `move_inside` est appelée 7 fois, `move_outside` est appelée 1 fois, et `press_button` est appelée 6 fois.

Contraintes

- $2 \leq N \leq 2000$

Sous-tâches

1. (10 points) $N \leq 200$
2. (15 points) $N \leq 1000$
3. (75 points) Pas de contrainte supplémentaire.

Si pour un test, les appels à la fonction `move_inside`, `move_outside`, et `press_button` ne sont pas conformes aux contraintes décrites dans les détails d'implémentation, ou si la valeur renvoyée

par `min_cardinality` est incorrecte, le score de votre solution pour cette sous-tâche sera 0.

Soit q le **maximum** des valeurs suivantes : le nombre d'appels à `move_inside`, le nombre d'appels à `move_outside`, et le nombre d'appels à `press_button`.

Dans la sous-tâche 3, vous pouvez obtenir un score partiel. Soit m la valeur maximum de $\frac{q}{N}$ parmi tous les tests de cette sous-tâche. Votre score pour cette sous-tâche est calculé selon le tableau suivant :

Condition	Points
$20 < m$	0 (Affiche "Output isn't correct" sur CMS)
$6 < m \leq 20$	$\frac{225}{m-2}$
$3 < m \leq 6$	$81 - \frac{2}{3}m^2$
$m \leq 3$	75

Évaluateur d'exemple

Soit T un tableau de N entiers où $T[i]$ est le type de l'insecte i .

L'évaluateur d'exemple lit l'entrée au format suivant :

- ligne 1 : N
- ligne 2 : $T[0] T[1] \dots T[N - 1]$

Si l'évaluateur d'exemple détecte une violation du protocole, la sortie de l'évaluateur d'exemple est `Protocol Violation: <MSG>`, où `<MSG>` correspond à l'une des valeurs suivantes :

- `invalid parameter` : dans un appel à `move_inside` ou `move_outside`, la valeur de i n'est pas comprise entre 0 et $N - 1$ inclus.
- `too many calls` : le nombre d'appels dépasse 40 000 pour au moins l'une des fonctions parmi `move_inside`, `move_outside` ou `press_button`.

Sinon, la sortie de l'évaluateur d'exemple est au format suivant :

- ligne 1 : la valeur de retour de `min_cardinality`
- ligne 2 : q