



## Сейрек кездешүүчү курт-кумурскалар

Пак Блангкондун үйүндө 0дөн  $N - 1$ ге чейин индекстелген  $N$  курт-кумурска бар. Ар бир курт-кумурсканын **түрү** бар, ал 0дөн  $10^9$ га чейинки бүтүн сан. Бир нече курт-кумурскалар бир түргө ээ болушу мүмкүн.

Курт-кумурскалар түрү боюнча топторго бөлүштүрүлөт дейли. Биз курт-кумурскалардын **эң көп кездешкен** түрүнү, курт-кумурскалардын саны эң көп топтогу курт-кумурскалардын саны катары аныктайбыз. Ошо сыяктуу эле, **эң сейрек** курт-кумурскалар түрүнү, курт-кумурскалардын саны эң аз топтогу курт-кумурскалардын саны катары аныктайбыз.

Мисалы, 11 курт-кумурска бар дейли, алардын түрлөрү  $[5, 7, 9, 11, 11, 5, 0, 11, 9, 100, 9]$  болсун. Бул учурда **эң көп кездешкен** курт-кумурскалар түрүнүн жалпы саны 3тү түзөт. Курт-кумурскалар эң көп болгон топтор 9 жана 11 түрү, ар бири 3 курт-кумурскадан турат. **Эң сейрек кездешүүчү** курт-кумурскалар түрүнүн жалпы саны 1. Курт-кумурскалар эң аз болгон топтор: 7— түрү, 0— түрү жана 100— түрү, ар бири 1 курт-кумурскадан турат.

Пак Блангкон эч кандай курт-кумурсканын түрүн билбейт. Анын курт-кумурскалардын түрлөрү жөнүндө бир аз маалымат бере турган бир баскычы бар машинасы бар. Адегенде машина бош турат. Машинаны колдонуу үчүн операциялардын үч түрүн аткарууга болот:

1. Курт-кумурсканы машинанын ичине жылдырыңыз.
2. Курт-кумурсканы машинанын сыртына жылдырыңыз.
3. Машинадагы баскычты басыңыз.

Операциянын ар бир түрү эң көп дегенде 40 000 жолу аткарылышы мүмкүн.

Баскыч басылган сайын, машинанын ичиндеги курт-кумурскалар гана эске алынып, **эң көп кездешкен** курт-кумурскалар түрүнүн жалпы санын берет.

Сиздин милдетиңиз машинаны колдонуу менен Пак Блангкондун үйүндөгү бардык  $N$  курт-кумурскалардын ичинен **эң сейрек кездешүүчү** курт-кумурскалар түрүнүн жалпы санын аныктоо. Кошумчалай кетсек, кээ бир тапшырмачаларда сиздин упайыңыз аткарылуучу берилген түрдөгү операциялардын максималдуу санына жараша болот (чоо-жайы үчүн тапшырмачалар бөлүмүн караңыз).

## Ишке ашыруунун маалыматтары

Сиз төмөнкү процедураны ишке ашырууңуз керек:

```
int min_cardinality(int N)
```

- $N$ : курт-кумурскалардын саны.
- Бул процедура Пак Блангкондун үйүндөгү бардык  $N$  курт-кумурскалардын ичинен **сейрек кездешүүчү** курт-кумурскалар түрүнүн кардиналдуулугун кайтарышы керек.
- Бул процедурду так бир жолу чакырылат.

Жогорудагы процедура төмөнкү процедураларга чалууларды жасай алат:

```
void move_inside(int i)
```

- $i$ : машинанын ичинде жылдырыла турган курт-кумурскалардын индекси.  $i$  мааниси 0 жана  $N - 1$  камтыган ортосунда болушу керек.
- Эгерде бул курт-кумурска мурунтан эле машинанын ичинде болсо, чалуу машинадагы курт-кумурскалардын топтомуна эч кандай таасир этпейт. Бирок, ал дагы эле өзүнчө чалуу катары эсептелет.
- Бул процедураны эң көп 40 000 жолу чакырса болот.

```
void move_outside(int i)
```

- $i$ : машинанын сыртына жылдырыла турган курт-кумурскалардын индекси.  $i$  мааниси 0 жана  $N - 1$  камтыган ортосунда болушу керек.
- Эгерде бул курт-кумурска мурунтан эле машинанын сыртында болсо, чалуу машинадагы курт-кумурскалардын топтомуна эч кандай таасир этпейт. Бирок, ал дагы эле өзүнчө чалуу катары эсептелет.
- Бул процедураны эң көп 40 000 жолу чакырса болот.

```
int press_button()
```

- Бул процедура машинанын ичиндеги курт-кумурскаларды гана эске алганда, **эң көп кездешкен** курт-кумурскалар түрүнүн жалпы санын кайтарат.
- Бул процедураны эң көп 40 000 жолу чакырса болот.
- Грейдер **адаптивдүү эмес**. Башкача айтканда, бардык  $N$  курт-кумурскалар түрлөрү `min_cardinality` деп аталганга чейин белгиленет.

## Мисал

Тиешелүүлүгүнө жараша [5, 8, 9, 5, 9, 9] түрүндөгү 6\$ курт-кумурскалар бар сценарийди карап көрөлү. `min_cardinality` процедурасы төмөнкүдөй деп аталат:

```
min_cardinality(6)
```

Процедура төмөнкүдөй `move_inside`, `move_outside` жана `press_button` функцияларды чакырышы мүмкүн.

Чакыруу	Кайтаруу мааниси	Машинадагы курт-кумурскалар	Машинадагы курт-кумурскалардын түрлөрү
		{}	[]
<code>move_inside(0)</code>		{0}	[5]
<code>press_button()</code>	1	{0}	[5]
<code>move_inside(1)</code>		{0, 1}	[5, 8]
<code>press_button()</code>	1	{0, 1}	[5, 8]
<code>move_inside(3)</code>		{0, 1, 3}	[5, 8, 5]
<code>press_button()</code>	2	{0, 1, 3}	[5, 8, 5]
<code>move_inside(2)</code>		{0, 1, 2, 3}	[5, 8, 9, 5]
<code>move_inside(4)</code>		{0, 1, 2, 3, 4}	[5, 8, 9, 5, 9]
<code>move_inside(5)</code>		{0, 1, 2, 3, 4, 5}	[5, 8, 9, 5, 9, 9]
<code>press_button()</code>	3	{0, 1, 2, 3, 4, 5}	[5, 8, 9, 5, 9, 9]
<code>move_inside(5)</code>		{0, 1, 2, 3, 4, 5}	[5, 8, 9, 5, 9, 9]
<code>press_button()</code>	3	{0, 1, 2, 3, 4, 5}	[5, 8, 9, 5, 9, 9]
<code>move_outside(5)</code>		{0, 1, 2, 3, 4}	[5, 8, 9, 5, 9]
<code>press_button()</code>	2	{0, 1, 2, 3, 4}	[5, 8, 9, 5, 9]

Бул учурда, сейрек кездешүүчү курт-кумурскалар түрүнүн кардиналдуулугу 1 деп жыйынтык чыгаруу үчүн жетиштүү маалымат бар. Ошондуктан, "min\_cardinality" процедурасы 1 кайтарышы керек.

Бул мисалда `move_inside` 7 жолу, `move_outside` 1 жолу жана `press_button` 6 жолу аткарылды.

## Чектөөлөр

- $2 \leq N \leq 2000$

## Кошумча тапшырмалар

1. (10 упай)  $N \leq 200$
2. (15 упай)  $N \leq 1000$

3. (75 балл) Кошумча чектөөлөр жок.

Эгерде сыноо учурларынын кайсы биринде `move_inside`, `move_outside` же `press_button` процедураларына чалуулар Ишке ашыруунун маалыматында сүрөттөлгөн чектөөлөргө туура келбесе же `min_cardinality` кайтарып берүү мааниси туура эмес болсо, упай ал кошумча тапшырма үчүн чечимиңиз 0 болот.

$q$  төмөнкү үч маанинин **максималдуу** болушу болсун: `move_inside` чалуулар саны, `move_outside` чалуулардын саны жана `press_button` басуу үчүн чалуулардын саны.

3-кошумча тапшырмада сиз жарым-жартылай балл ала аласыз.  $m$  бул кошумча тапшырманын бардык сыноо учурларында  $\frac{q}{N}$  максималдуу мааниси болсун. Бул кошумча тапшырма үчүн сиздин упайыңыз төмөнкү таблицкага ылайык эсептелет:

Шарт	Упайлар
$20 < m$	0 (CMS "output isn't correct" маалыматын берет)
$6 < m \leq 20$	$\frac{225}{m-2}$
$3 < m \leq 6$	$81 - \frac{2}{3}m^2$
$m \leq 3$	75

## Үлгү грейдер

$T$   $N$  бүтүн сандардын массиви болсун, мында  $i$  – курт-кумурскалардын түрү  $T[i]$ .

Үлгү грейдер киргизүүнү төмөнкү форматта окуйт:

- 1– сап:  $N$
- 2– сап:  $T[0] T[1] \dots T[N - 1]$

Эгерде үлгүдөгү грейдер протоколдун бузулушун аныктаса, үлгү грейдердин натыйжасы Protocol Violation: <MSG> болот, мында <MSG> төмөнкүлөрдүн бири:

- `invalid parametr::` `move_inside` же `move_outside` чакырыгында,  $i$  мааниси 0 жана  $N - 1$  кошо эмес.
- `too many calls:` `move_inside`, `move_outside` же `move_outside` чакыруулардын **каалаган** ынын саны 40 000ден ашат.

Болбосо, үлгү грейдердин чыгарылышы төмөнкү форматта болот:

- 1– сап: `min_cardinality` кайтаруу мааниси
- 2– сап:  $q$